

Matrici di probabilità di danno implicite nella scala EMS-98

Alberto Bernardini,

Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università degli Studi di Padova, via Marzolo, 9, 35131 Padova

Sonia Giovinazzi

University of Canterbury, Private Bag 4800, Christchurch 8020, New Zealand

Sergio Lagomarsino, Sonia Parodi

Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni, dell'Ambiente e del Territorio, Università degli Studi di Genova, via Montallegro, 1, 16145 Genova

Keywords: Vulnerabilità territoriale, Edifici, Danno sismico

ABSTRACT:

Numerical and complete Damage probability Matrices (DPM) have been derived in this paper from the ones implicitly contained in the EMS-98 Macroseismic Scale. The DPM have been derived for the 6 vulnerability classes considered by the scale, the 6 damage grades and the macroseismic intensity from V to XII considered meaningful from the point of view of the seismic behaviour of buildings. To this aim the linguistic definitions provided by the scale, and the associated fuzzy sub-sets of the percentage of building, have been completed according to reliable hypotheses. The probability of each single damage grade is measured in terms of a hierarchy of intervals depending on a parameter α (α -cuts of the fuzzy set associated with the linguistic definitions provided by the scale), together with a specific value (*white expected*) measuring the central average behaviour of the vulnerability class. A parametric representation of the corresponding cumulative probability distributions is moreover provided, deriving discrete integer values from the beta distribution on the range from 0 to 5. A unique parameter variable in the range from 0 to 1 and independent from the macroseismic intensity has been adopted to this aim. Coherently with others vulnerability approach, the adopted parameter can be recognised as a vulnerability index. The uncertainties connected with the definition of the model are moreover discussed. Finally, correlation between the macroseismic intensity and the peak ground acceleration (PGA) are presented, to be used for the inclusion of the proposed model within damage scenarios and seismic risk analyses, where hazard is measured by means of mechanical parameters.

1 INTRODUZIONE

L'utilizzo di dati di danno osservato, opportunamente processati e organizzati in termini di Matrici di Probabilità di Danno (DPM), è stato introdotto in Italia per l'analisi della vulnerabilità e la previsione del danno atteso, a partire dal terremoto dell'Irpinia del 1980 (Braga et al. 1980). Le DPM forniscono, per un input sismico descritto in termini di intensità macrosismica e per diverse classi di costruito a comportamento omogeneo (classi di vulnerabilità), la probabilità di occorrenza di diversi gradi di danno (definiti sulla base delle conseguenze osservate a elementi strutturali e non strutturali).

L'idea di ricavare Matrici di Probabilità di Danno (DPM) dalle definizioni fornite da scale macrosismiche è stata avanzata dagli autori osservando la struttura della scala macrosismica EMS-98 (Grunthal 1998).

Per consentire di stabilire l'intensità macrosismica a seguito di un evento a partire dal danno osservato, la scala fornisce, in termini linguistici (few,

many, most), la percentuale di occorrenza di 5 diversi gradi di danno globale agli edifici per sei classi di vulnerabilità correlate in modo sfocato a tipologie edilizie. Le definizioni dei gradi di danno, delle classi di vulnerabilità e delle tipologie edilizie sono fornite dalla scala stessa, così come gli intervalli percentuali corrispondenti ai termini linguistici.

Nel seguito si presenta la derivazione delle DPM implicite nella scala EMS-98 in forma numerica e completa per le classi di vulnerabilità; gli aspetti relativi alle incertezze connesse con la definizione del modello vengono evidenziati e rappresentati da insiemi convessi di distribuzioni di probabilità corrispondenti alla loro rappresentazione tramite random sets (Bernardini 1998).

Vengono inoltre fornite rappresentazioni parametriche approssimanti i risultati numerici nella forma di distribuzioni binomiali dipendenti solo dal valore del danno medio e di "discrete beta-distributions" dipendenti da due parametri: un parametro adimensionale di vulnerabilità correlato, in funzione dell'intensità macrosismica, al valor medio del dan-

no e specifici valori, indipendenti dall'intensità di un secondo parametro correlato alla varianza.

Vengono infine discusse possibili correlazioni fra intensità macrosismica e parametri fisici del moto del terreno, che ovviamente risultano necessarie nell'applicazione del metodo macrosismico quando l'intensità sia localmente fornita o computata, in forma deterministica ovvero probabilistica, da parametri fisici (ad esempio PGA o valori spettrali di pseudo-accelerazione). L'implementazione del metodo di vulnerabilità e previsione del danno proposto verrà invece discusso dagli stessi autori in un lavoro presentato nella stessa sessione.

2 CLASSI DI VULNERABILITÀ E PREVISIONI DI DANNO SISMICO SECONDO EMS98

Le informazioni linguistiche fornite dalla scala sono riassunte in Tabella 1. La evidente vaghezza degli aggettivi e incompletezza dell'informazione (per ogni classe ed intensità viene caratterizzata la frequenza al massimo di due gradi di danno), non consente di associare alla scala ben precise Matrici numeriche di Probabilità di danno, DPM.

Tabella 1. Frequenze linguistiche di danno per classi di vulnerabilità ed intensità macrosismica secondo la scala EMS-98 (Grunthal 1998) Dk (k=0...5) rappresenta il grado di danno secondo EMS-98.

Dk/I	0	1	2	3	4	5
V		Few A or B				
VI		Many A or B, Few C	Few A or B			
VII			Many B, Few C	Many A, Few B	Few A	
VIII			Many C, Few D	Many B, Few C	Many A, Few B	Few A
IX			Many D, Few E	Many C, Few D	Many B, Few C	Many A, Few B
X			Many E, Few F	Many D, Few E	Many C, Few D	Most A, Many B, Few C
XI			Many F	Many E, Few F	Most C, Many D, Few E	Most B, Many C, Few D
XII						All A or B, Nearly All C, Most D or E or F

Per quanto riguarda il primo aspetto, qualche significativa informazione aggiuntiva è data dalla scala che suggerisce possibili valori numerici associabili ai tre aggettivi chiave utilizzati (Few, Many, Most), come evidenziato in Figura 1. La stessa figura suggerisce un modello di possibile interpretazione numerica, tramite una "Fuzzy pseudo-partition" (vedi ad esempio Klir e Yuan, 1995) dell'intervallo [0, 100] delle percentuali. Agli aggettivi sono associati

3 "Fuzzy sets" (Zadeh 1965) con la condizione che per ogni percentuale la somma dei 3 valori di "membership" è uguale ad 1.

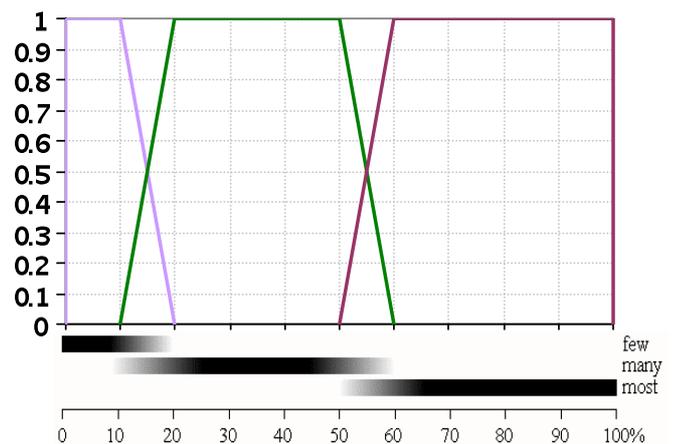


Figura 1. Percentuali associate dalla scala EMS98 (Grunthal 1998) alle definizioni linguistiche utilizzate e loro interpretazione come "Fuzzy pseudo-partition" dell'intervallo numerico [0, 100].

Si osservi peraltro che anche gli aggettivi "All" e soprattutto "Nearly All" esigono una interpretazione numerica che non è esplicitata dalla scala.

3 COMPLETAMENTO LINGUISTICO DELLA SCALA ED INTERPRETAZIONE NUMERICA

Si tratta di operare un ragionevole complemento linguistico delle definizioni fornite dalla scala, innanzitutto rendendo più coerente la fuzzy pseudo partition: non sembra logico infatti poter associare membership pari ad 1 ai valori estremi 0 e 100 quando rispettivamente si utilizzano gli aggettivi Few e Most. Più credibile la fuzzy pseudo-partition rappresentata in Figura 2.

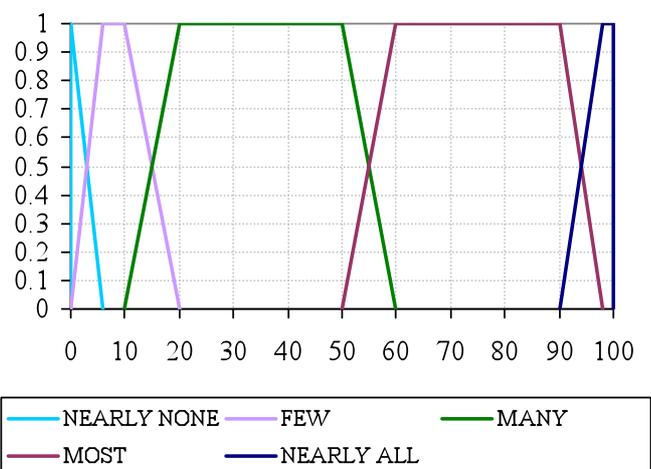


Figura 2. "Fuzzy pseudo-partition" dell'intervallo numerico [0, 100] tramite 5 Fuzzy sets associati a "Nearly none", Few, Many, Most e "Nearly All".

A questi 5 aggettivi si associano “None” e “All”, per i quali è ora logico l’interpretazione “crisp”: rispettivamente 0 ed 1 con membership pari ad 1.

A questo punto il completamento linguistico della scala può essere fatto rispettando due regole aggiuntive (Bernardini 2004):

- innanzitutto la condizione che la somma delle percentuali di edifici nei diversi gradi di danno (per ogni classe ed intensità) sia pari a 100 in una precisa distribuzione di probabilità, può ora essere interpretata dalla condizione che la somma che i precisi valori medi delle percentuali “White” (Bernardini 1995) associate ai valori linguistici dei diversi gradi di danno sia pari a 100;
- secondariamente rispettare per quanto possibile la regola implicita nella zona “centrale” della scala macrosismica: a parità di classe l’aumento di un grado di intensità ovvero, a parità di intensità, il passaggio alla classe di vulnerabilità più vulnerabile, produce un incremento unitario del grado di danno

Le frequenze linguistiche utili per l’estensione proposta sono riportate in Tabella 2, relativamente ai valori estremi (superiore, u e inferiore, l) dei loro α -cuts (per $\alpha=0$, $\alpha=1$) e ai valori attesi della probabilità “white”.

Il risultato del completamento linguistico della scala EMS-98 è riassunto in Tabella 3. Essa evidenzia: 1) i valori linguistici direttamente suggeriti dalla scala (in grassetto) e riassunti in

Tabella 1, 2) i completamenti linguistici proposti (in corsivo). In grassetto su sfondo grigio sono, inoltre, evidenziati due significative modifiche ai valori suggeriti dalla scala:

- per la Classe C, Intensità XI i valori Most e Many associati ai gradi di danno 4 e 5 non soddisfano alla prima delle regole sopra indicate; pertanto il danno al grado 4 è stato ridotto a “Many + 2Few”;
- ad intensità XII sembra ragionevole differenziare i danni attesi per le classi D, E ed F; sono stati quindi ridotti quelli attesi per le classi E ed F.

L’interpretazione numerica del risultato linguistico è ora esplicitabile secondo la teoria dei random sets (Bernardini 1998) delle “Imprecise probabilities” (Klir 2005).

Per ogni α -cut dei fuzzy set associati alle definizioni linguistiche, le frequenze dei gradi di danno (j da 0 a 5) sono misurate da “Interval probabilities” [l_j , u_j], cui è associato un insieme convesso di possibili distribuzioni di probabilità del danno. In Figura 3 ad esempio le interval probabilities sono riportate per la classe A e le intensità VI ed VIII; sono inoltre riportate le sopra citate precise distribuzioni corrispondenti ai valori medi delle percentuali “White” e, per comparazione, le distribuzioni binomiali elaborate

dai danni del terremoto di Irpinia per la stessa Classe A.

Tabella 2. α -cuts ($\alpha=0$, $\alpha=1$) dei fuzzy set associati alle frequenze linguistiche singole e combinate.

	$\alpha=0, l$	$\alpha=1, l$	$\alpha=1, u$	$\alpha=0, u$	White
None	0	0	0	0	0
Nearly few	0	0	0	6	1.5
Few	0	6	10	20	9
Many	10	20	50	60	35
Most	50	60	90	98	74.5
Nearly all	90	98	100	100	97
All	100	100	100	100	100
Most + 2 few	50	72	110	138	92.5
Many + 2 few	10	32	70	100	53
Many + few	10	26	60	80	44
Many + 7/3 few	10	34	73	107	56
Most - few	30	50	84	98	65.5
All - few	80	90	94	100	91

Tabella 3. Completamento linguistico della scala EMS-98.

<i>Dk / I</i>	0	1	2	3	4	5
CLASSE A						
V	<i>All-Few</i>	Few	None	None	None	None
VI	<i>Many + 7/3Few</i>	Many	Few	None	None	None
VII	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few	None
VIII	None	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few
IX	None	None	<i>1/3Few</i>	<i>3Few</i>	<i>Many</i>	Many
X	None	None	None	<i>5/6Few</i>	<i>2Few</i>	Most
XI	None	None	None	None	<i>5/6Few</i>	<i>Most + 2Few</i>
XII	None	None	None	None	None	All
CLASSE B						
V	<i>All-Few</i>	Few	None	None	None	None
VI	<i>Many + 7/3Few</i>	Many	Few	None	None	None
VII	<i>7/3Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few	None	None
VIII	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few	None
IX	None	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few
X	None	None	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many+ Few</i>	Many
XI	None	None	None	<i>Nearly Few</i>	<i>8/3Few</i>	Most
XII	None	None	None	None	None	All
CLASSE C						
V	<i>All</i>	None	None	None	None	None
VI	<i>All-Few</i>	Few	None	None	None	None
VII	<i>Many + 7/3Few</i>	<i>Many</i>	Few	None	None	None
VIII	<i>7/3Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few	None	None
IX	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few	None
X	None	<i>1/3Few</i>	<i>2Few</i>	<i>Many</i>	Many	Few
XI	None	None	None	<i>4/3Few</i>	Many+ 2Few	Many
XII	None	None	None	None	<i>1/3Few</i>	Nearly All

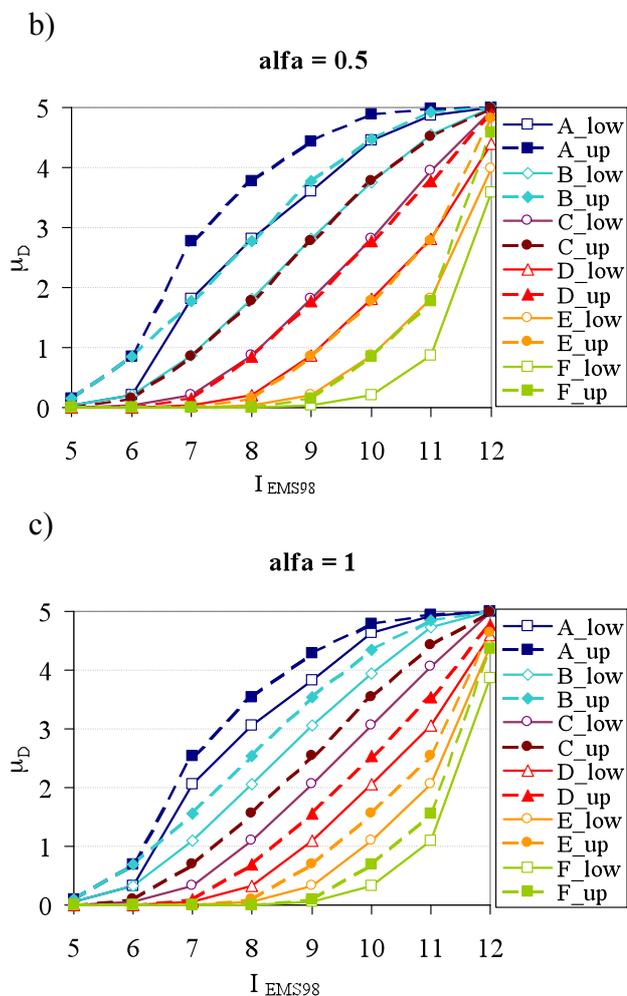


Figura 4. Curve $I-\mu_D$ ottenute dal completamento delle matrici EMS98 per le 6 classi di vulnerabilità, per diversi valori dell' α -cut: a) $\alpha = 0$, b) $\alpha = 0.5$, c) $\alpha = 1$.

Una prima rapida, ma alquanto significativa validazione del modello di vulnerabilità dedotto dalla EMS-98, può essere ottenuto dal confronto con le matrici di probabilità di danno relative al terremoto dell'Irpinia (Figura 5), anch'esse rappresentate in termini di curve di vulnerabilità. A tal fine va precisato che: 1) le DPM Irpine fanno riferimento alla scala macrosismica MSK-76 che può ragionevolmente essere assunta analoga alla EMS-98 (Grunthal 1998); 2) l'intensità massima rilevata nel terremoto dell'Irpinia è pari a $I_{MSK}=X$, pertanto mancano le informazioni relative ai gradi XI e XII.

La Figura 5 mostra il confronto tra le diverse curve di vulnerabilità, dal quale emerge chiaramente come l'andamento delle due famiglie di curve sia analogo e come esista una discreta corrispondenza tra le tre classi delle DPM Irpine e le prime tre classi di vulnerabilità EMS-98. Peraltro si nota per la classe B e soprattutto per la classe A un netto incremento del danno previsto al grado VI di intensità, come peraltro confermato (per la Classe A) dal confronto riportato in Figura 3. Inoltre per le classi B e soprattutto per la classe C le tipologie dell'Irpinia mostrano un comportamento sistematicamente più vulnerabile a tutti i livelli di intensità. Si può presupporre che tale scostamento sia collegato alla composizione

tipologica della popolazione di edifici dell'Irpinia e alla scelta di procedere comunque alla loro classificazione in tre classi di vulnerabilità.

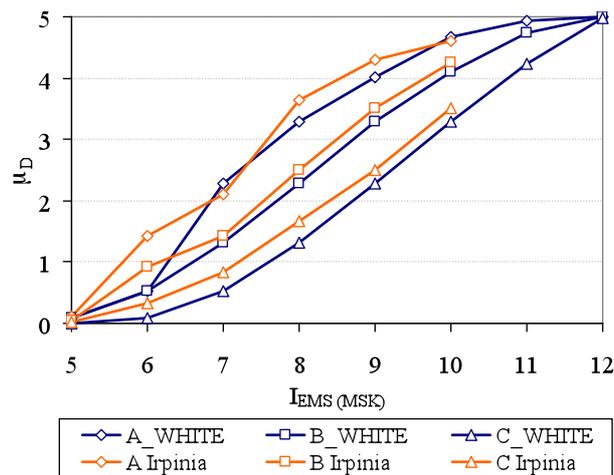


Figura 5. Confronto per le tre classi ABC dei valori medi delle DPM "White" con quelli delle DPM Irpine (Braga et al., 1980).

5 RAPPRESENTAZIONI PARAMETRICHE DELLE DPM

5.1 *Indice di Vulnerabilità e funzione analitica per le curve di vulnerabilità*

Perseguendo una rappresentazione più operativa del metodo di vulnerabilità ricavato, la matrici di probabilità di danno sono state parametrizzate rispetto a ad un unico parametro $V \in [0, 1]$, indipendente dall'intensità e misurato da un fuzzy set associato a ciascuna classe di vulnerabilità, secondo quanto già proposto da Giovinazzi e Lagomarsino (2001). Tale rappresentazione viene di seguito riferita come "rappresentazione parametrica".

Fissato V e l'intensità I , resta determinato, tramite una funzione analitica ben precisa (Eq. 5.1), il valor medio di una data DPM.

$$\mu_D = 2.5 + 3 \tanh\left(\frac{I + 6.25V - 12.7}{3}\right) \quad | \quad 0 \leq \mu_D \leq 5 \quad (5.1)$$

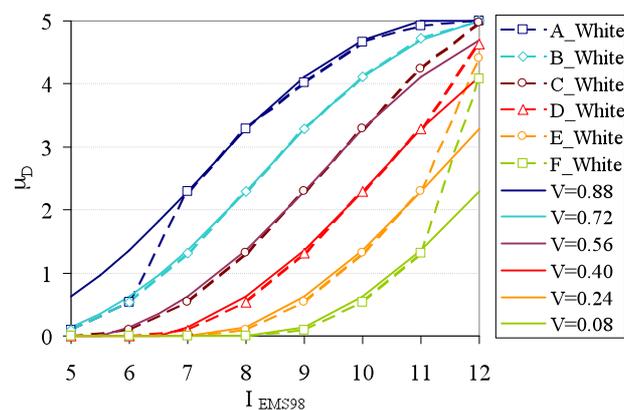


Figura 6. Curve $I-\mu_D$ white per le 6 classi di vulnerabilità e corrispondenti curve di vulnerabilità parametriche.

La Figura 6 mostra il confronto tra le curve di vulnerabilità ottenute a partire dalle DPM_{EMS-98} rispetto alla rappresentazione parametrica delle stesse ottenuta per i seguenti valori dell'indice di vulnerabilità:

V_A	V_B	V_C	V_D	V_E	V_F
0.88	0.72	0.56	0.40	0.24	0.08

E' interessante notare la perfetta coerenza tra le due rappresentazioni su tutti i gradi di intensità, eccezione fatta per i gradi estremi, inferiori $I=V$, $I=VI$, e superiori $I=XII$. Per cogliere l'andamento delle curve anche per i gradi inferiori, si propone l'introduzione di una funzione f , come fattore moltiplicativo dell'eq. (5.1), dipendente dall'intensità e dall'indice di vulnerabilità.

$$f(V, I) = \begin{cases} e^{\frac{V}{2}(I-7)} & I \leq 7 \\ 1 & I > 7 \end{cases} \quad (5.2)$$

In Figura 7 è riportato l'andamento delle curve di vulnerabilità ricavate dalla scala EMS-98 per le classi A, B e C (condizione White) e le corrispondenti curve parametriche ottenute introducendo la funzione f .

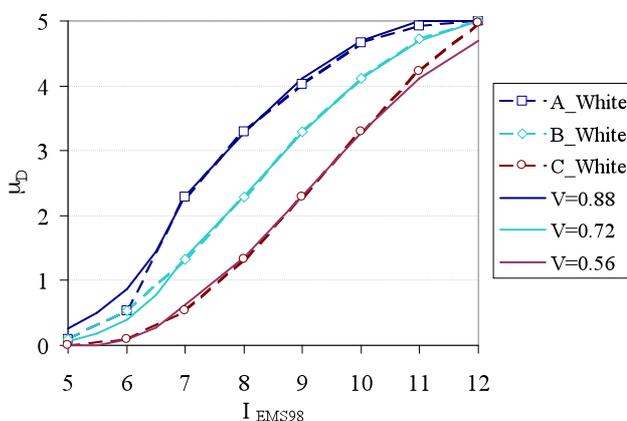


Figura 7. Curve $I-\mu_D$ white per le classi di vulnerabilità A, B e C e corrispondenti curve di vulnerabilità parametriche ottenute applicando la funzione f .

Le modalità scelte di completamento della matrici EMS-98 e la relazione definita tra le grandezze $\mu_D - V - I$ (eq. 5.1) ha permesso, quindi, di estrarre dei fuzzy sets pressoché lineari al variare di α , e sufficientemente regolari nell'intervallo di V . I fuzzy sets delle classi di vulnerabilità (rappresentati in Figura 8) sono stati ottenuti mediando gli intervalli di V derivati invertendo la funzione (Eq. 5.1), separatamente per i diversi valori di α (0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1), sui valori di intensità in cui risultavano sufficientemente stabili.

L'andamento $I - \mu_D$ ricavato secondo la funzione 5.1, è regolare per i valori centrali di intensità (da VII a XI) per la maggior parte delle classi di vulnerabilità. Unica eccezione è rappresentata dalle classi E e F per le quali i valori del parametro V ottenuti sono risultati stabili sono per valori di intensità pari a XI e XII (Figura 8).

Nell'applicazione del metodo parametrico, al fine di riuscire ad avere una fuzzy partition regolare nell'intervallo di $V \in [0, 1]$, i fuzzy sets ottenuti dalla EMS-98 sono stati linearizzati come evidenziato in Figura 8. (linee continue di spessore maggiore).

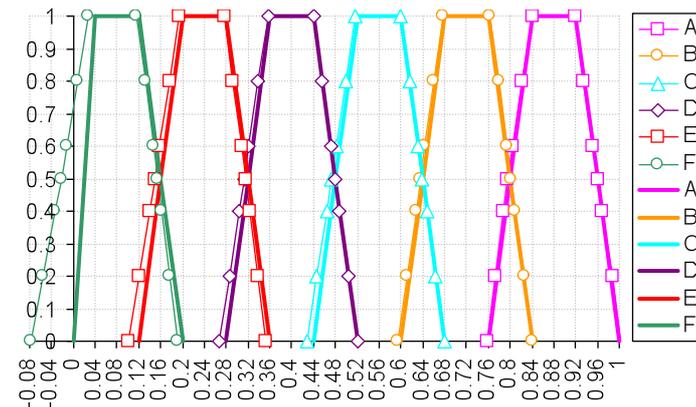


Figura 8. Fuzzy sets delle classi di vulnerabilità EMS-98 ottenuti mediando i valori di V (eq. 5.1) e corrispondenti fuzzy sets linearizzati assunti nella metodologia parametrica (linee continue di spessore maggiore).

5.2 Curve di vulnerabilità in funzione della PGA

Un'altrettanto utile rappresentazione delle curve di vulnerabilità può essere ottenuta trasformando i valori di intensità nei valori corrispondenti di PGA utilizzando un'opportuna legge di correlazione $I - PGA$. Tale rappresentazione si presta infatti ad una più diretta integrazione della vulnerabilità con parametri di scuotibilità registrata o simulata, ai fini di creazione di scenari di danneggiamento o analisi di rischio sismico.

Nonostante l'esistenza in letteratura di diverse leggi di correlazione, la maggior parte di esse possono essere ricondotte ad una stessa forma (Lagomarsino and Giovinazzi 2006) in funzione di due coefficienti c_1 e c_2 :

$$a_g = c_1 \cdot c_2^{(I-5)} \quad (5.3)$$

dove a_g è l'accelerazione al suolo in unità di g , I è l'intensità macrosismica misurata nella scala convenzionale EMS-98, e c_1 e c_2 due coefficienti che definiscono rispettivamente il valore di accelerazione corrispondente ad un'intensità macrosismica pari a 5 (intercetta della curva) e la pendenza della curva di correlazione.

Si riportano in Tabella 4 i coefficienti ricavati per tre diverse leggi di correlazione e in Figura 9 il loro

andamento in funzione dell'intensità macrosismica misurata nella scala EMS-98. Le tre leggi considerate, sono state sviluppate sulla base di dati di intensità misurati secondo diverse scale macrosismiche. La legge di Guarenti e Petrini (1989), sviluppata su dati italiani, fa riferimento all'intensità macrosismica misurata nella scala MCS (Mercalli, Cancani, Sieberg), la legge di Murphy e O'Brien (1977) alla scala MMI (Mercalli Modificata) mentre Margottini et al. (1992) ha proposto due diverse correlazioni una per l'intensità MCS e una per la scala MSK (Medvedev, Sponheuer, Karnik). Le tre correlazioni sono state ricondotte alla scala EMS-98 assumendo che, per intensità maggiori del grado V, le scale MSK e MMI possano essere assunte coincidenti alla scala EMS-98 e che le intensità misurate nella scala MCS possano essere ricondotte in MSK tramite l'eq (5.3). L'equazione adottata rappresenta una semplificazione all'effettivo e più complesso rapporto tra le due scale macrosismiche (Spence 1999).

$$I_{MSK} = 0.85 \cdot I_{MCS} \quad (5.4)$$

Tabella 4. Valori dei parametri c_1 e c_2 per le tre leggi di correlazione prese in considerazione.

Legge di correlazione	c_1	c_2
Guarenti - Petrini	0.03	2.05
Margottini	0.04	1.65
Murphy O'Brien	0.03	1.75

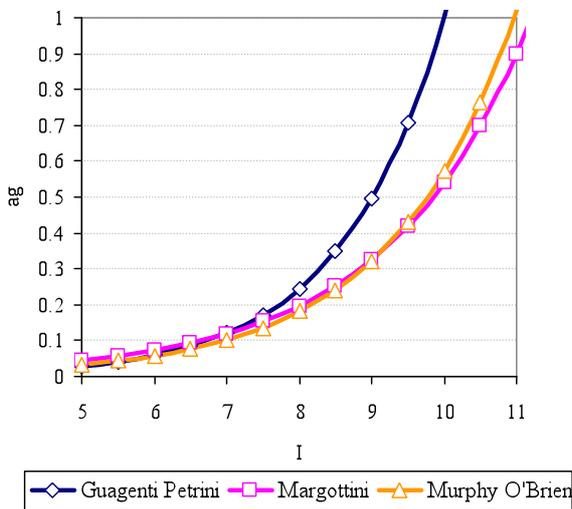


Figure 9. Alcune leggi di correlazione proposte in letteratura rappresentate in termini di $I_{EMS-98} - ag$.

Considerando ad esempio la legge di correlazione proposta da Margottini (Margottini et al. 1992), si ottengono le curve riportate nella Figura 10 per i valori di indice V corrispondente alla situazione White delle sei classi di vulnerabilità.

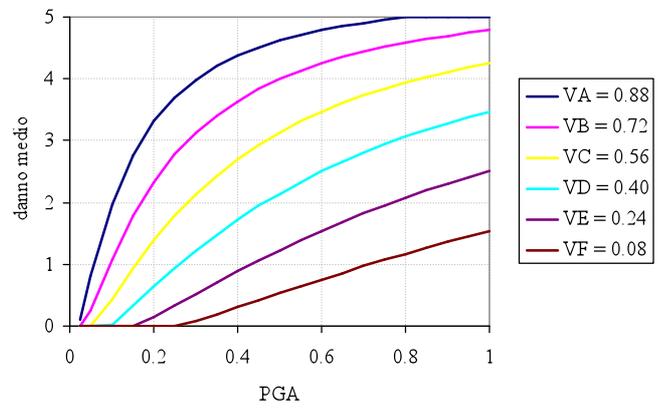
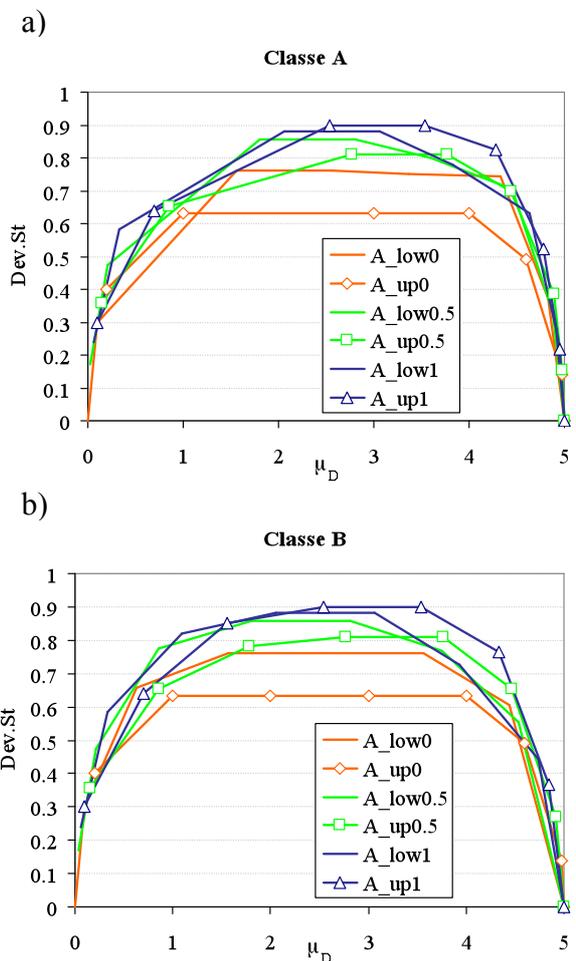


Figure 10. Curve di vulnerabilità in termini di PGA ricavate utilizzando la legge di correlazione proposta da Margottini et al., 1992

La rappresentazione in termini di PGA permette di costruire una matrice di probabilità di danno sulla base di un assegnato valore di accelerazione.

5.3 Deviazione standard delle distribuzioni di danno

Fissato V e l'intensità I è noto, attraverso l'eq. 5.1, il valor medio μ_D di una data DPM; occorre definire, per sviluppare una adeguata rappresentazione parametrica, la deviazione standard della distribuzione di danno che possa ragionevolmente approssimare quella osservata nelle DPM della EMS98 e riportata in Figura 11 per le classi di vulnerabilità A,B e C per tre valori di α -cut.



c)

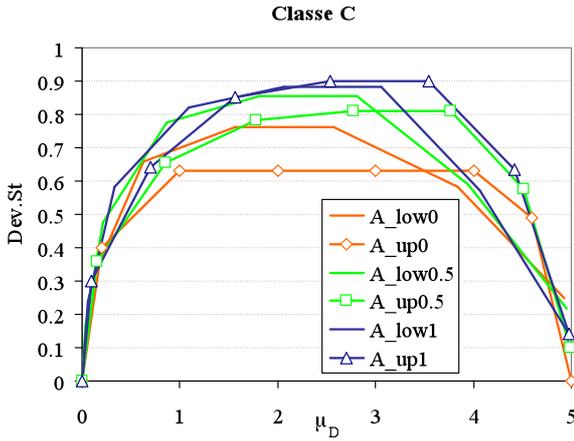


Figura 11. Deviazione standard in funzione del danno medio per le classi: a) classe A, b) classe B e c) classe C.

Nonostante sia stata ampiamente utilizzata per approssimare le distribuzioni di danno osservate a seguito di terremoti italiani la distribuzione binomiale (che dipende solo dal coefficiente binomiale p proporzionale al valore medio ($p = \mu_D/5$), da cui quindi direttamente dipende la deviazione standard $\sigma_D^2 = p(1-p)/5$), non consente di approssimare adeguatamente la relazione tra danno medio e deviazione standard osservata per le distribuzioni di danno ricavate dalle matrici implicite EMS-98.

Per questo motivo si è deciso di adottare una distribuzione probabilistica derivata dalla discretizzazione della funzione beta, come proposto in Giovinnazzi and Lagomarsino (2004). L'espressione della funzione di probabilità beta continua nell'intervallo $X = [a, b]$ è la seguente:

$$\text{PDF: } p_\beta(x) = \frac{\Gamma(t)}{\Gamma(r)\Gamma(t-r)} (x-a)^{r-1} (b-x)^{t-r-1} \quad (5.5)$$

dove t e r sono i parametri della funzione, definiti dalle eq.(5.7), e Γ la funzione gamma. Diversamente da quanto proposto da Giovinnazzi and Lagomarsino (2004), la funzione beta viene discretizzata considerando l'intervallo $a = 0, b = 5$:

$$p_\beta(x) = k(r, t) \cdot x^{r-1} (5-x)^{t-r-1} \quad (5.6)$$

I parametri della distribuzione beta continua sono definiti in funzione del valore atteso μ_x e della varianza σ_x^2 dalle seguenti espressioni:

$$t = \frac{\mu_x(b+a-\mu_x) - b \cdot a}{\sigma_x^2} - 1 \quad (5.7)$$

$$r = t \cdot \frac{(\mu_x - a)}{(b - a)}$$

che si semplificano nelle eq. (5.8) considerando l'intervallo $a = 0, b = 5$:

$$t = \frac{\mu_x(5-\mu_x)}{\sigma_x^2} - 1 \quad (5.8)$$

$$r = t \cdot \frac{\mu_x}{5}$$

Una distribuzione discreta dipendente anch'essa dai due parametri t e r può quindi essere definita nel modo seguente:

$$P(0) = \int_0^{0.5} k(r, t) \cdot x^{r-1} (5-x)^{t-r-1} dx$$

$$P(k) = \int_{k-0.5}^{k+0.5} k(r, t) \cdot x^{r-1} (5-x)^{t-r-1} dx \quad (5.9)$$

$$P(5) = \int_{4.5}^5 k(r, t) \cdot x^{r-1} (5-x)^{t-r-1} dx$$

I parametri della distribuzione beta discreta su 5 livelli corrispondenti ai valori di deviazione standard delle DPM_{EMS-98} , rappresentati in Figura 11, sono stati definiti (eq. (5.10)) in modo da ottenere come caso particolare una ottima corrispondenza con la deviazione standard della distribuzione binomiale con valore medio pari a 2.5 e conseguentemente varianza pari a 1.25.

$$t = \frac{\mu_D(5.18 - \mu_D)}{\sigma_D^2} - 1 \quad (5.10)$$

$$r = t \cdot \frac{\mu_D}{5}$$

dove μ_D e σ_D^2 rappresentano rispettivamente la media e la varianza della distribuzione probabilistica discretizzata.

Tabella 5. Valori medi del parametro t (eq. (5.10)) ottenuti per le diverse classi di vulnerabilità della scala EMS-98.

Classe		t_LOW	t_UP	t_White
A	media da VII a IX	8.07	7.99	7.55
B	media da VII a X	7.43	8.53	7.53
C	media da VIII a X	7.13	9.08	7.62
D	media da IX a XI	7.13	9.08	7.62
E	media da X a XI	6.48	9.81	7.64
F	media XI	5.37	9.64	7.04
media		6.94	9.02	7.50

I valori riportati in Tabella 5 sono ottenuti mediando, per ciascuna classe, i diversi parametri t (eq. (5.10)), ricavati al variare di α , considerando solo i gradi di intensità in cui risultano sufficientemente stabili.

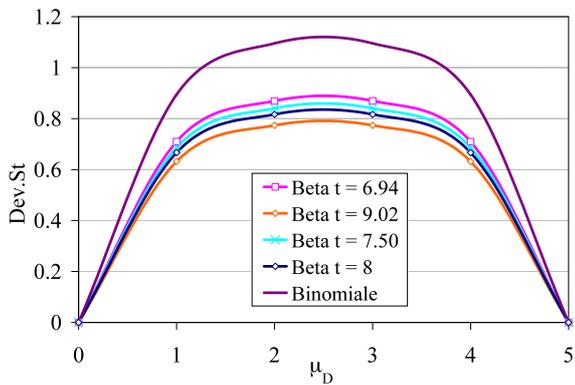


Figura 12. Correlazione tra deviazione standard e media per la distribuzione binomiale e le distribuzioni beta discrete con $t = 6.94, 9.02, 7.5$ e 8 .

La limitata variazione riscontrata nei parametri medi, permette di assumere un unico valore di t (assunto pari a 8) come rappresentativo per tutte le possibili distribuzioni di danno. Il risultato che è evidenziato in Figura 12, mostra anche come l'adozione della distribuzione binomiale avrebbe portato all'adozione di valori eccessivi della deviazione standard. Definendo a priori il parametro t , è possibile ricondursi nuovamente ad una rappresentazione delle DPM, dipendente unicamente dal valore medio, ma con una varianza coerente con quanto ricavato dal completamento delle matrici EMS-98.

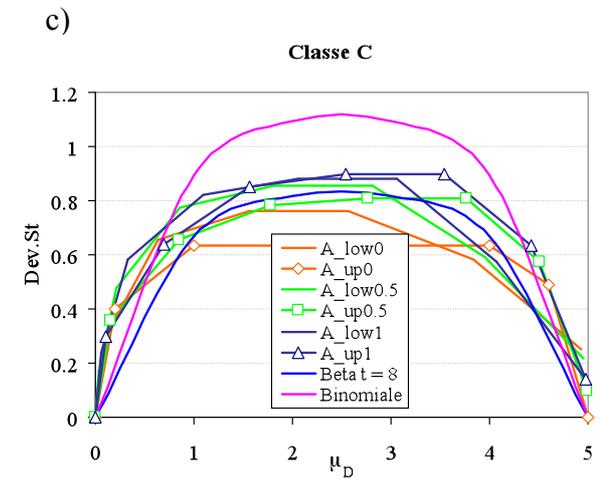
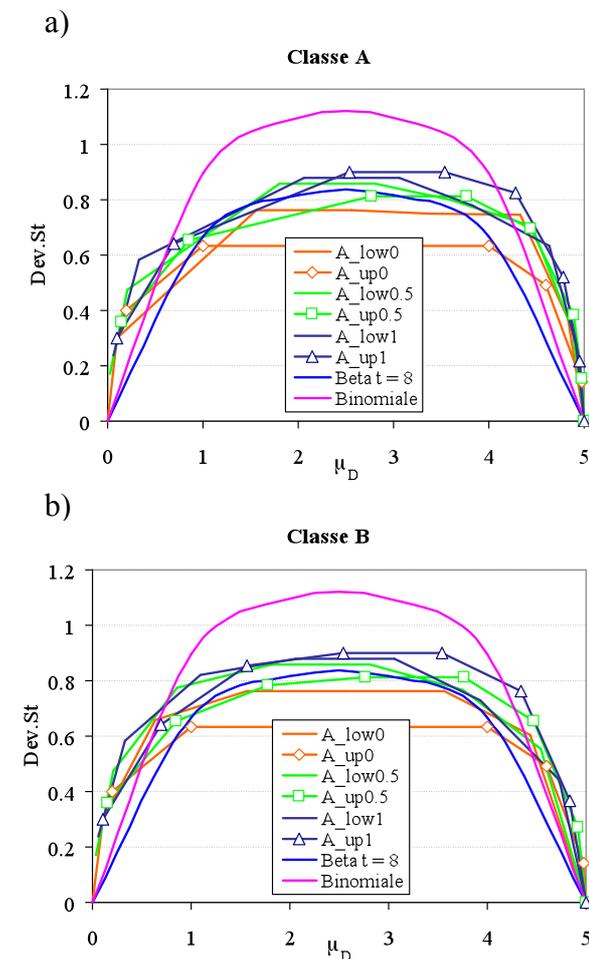
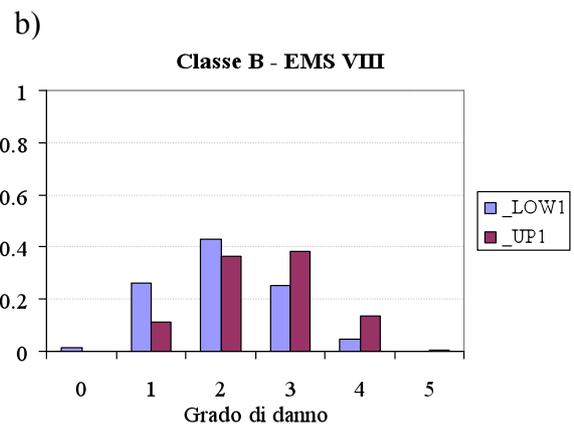
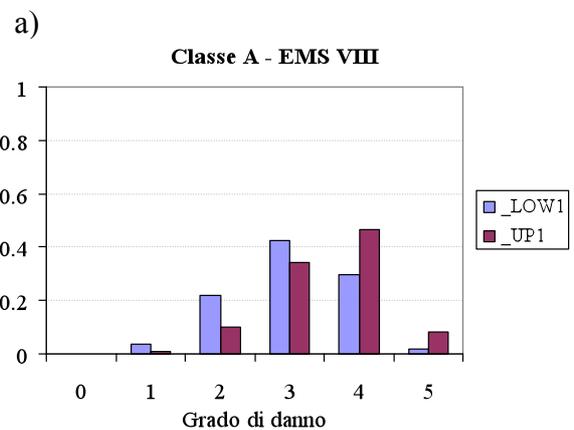


Figura 13. Deviazione standard in funzione del danno medio per le classi: a) classe A, b) classe B e c) classe C confrontate con le correlazioni derivanti dalla distribuzione binomiale e distribuzioni beta discreta con $t = 8$.

Le curve riportate in Figura 13 a), b) e c) rispettivamente per le Classi A, B e C, dimostrano l'accettabilità dell'adozione di un unico parametro rappresentativo della varianza delle distribuzioni di danno.

Nella Figura 14 sono riportate, come esempio, alcune distribuzioni di danno parametriche, ottenute per un valore di intensità pari a VIII, considerando la funzione beta discretizzata sui cinque livelli di danno con parametro t fissato pari a 8 . Nelle figure sono riportate le due distribuzioni estreme calcolate per le classi A, B e C considerando un valore di α pari a 1 .



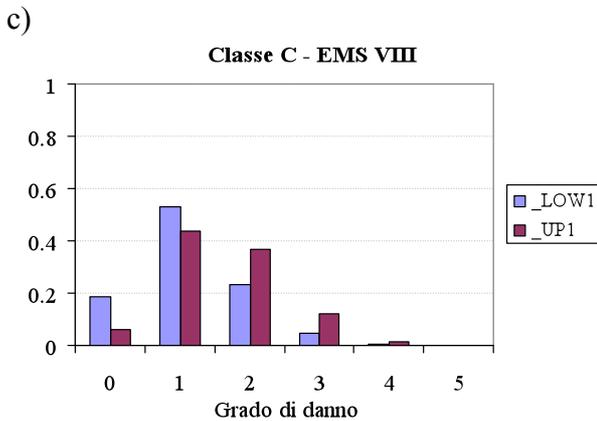


Figura 14. Distribuzioni di danno parametriche delle classi: a) classe A, b) classe B e c) classe C ottenute per $\alpha = 1$ e intensità macrosismica pari a 8.

6 CONCLUSIONI

La metodologia esposta conferma come le informazioni contenute nella scala EMS-98, opportunamente interpretate, completate e rielaborate possono determinare delle Matrici di Probabilità di Danno, sia pure in una forma imprecisa. Tali matrici sostanzialmente costituiscono una effettiva definizione convenzionale delle Classi di Vulnerabilità, utilizzabili pertanto per una classificazione coerente con la EMS-98 del costruito.

L'idea di ricavare Matrici di Probabilità di Danno (DPM) dalle definizioni fornite dalla scala macrosismica EMS-98 era già stata proposta dagli autori in precedenti lavori peraltro riportando distribuzioni parametriche di tipo binomiale (Bernardini 2004) o precise (Giovinazzi e Lagomarsino, 2001).

Entrambe le ipotesi si rivelano irrealistiche: da un lato distribuzioni parametriche binomiali sopravvalutando la varianza delle distribuzioni implicite nella scala EMS-98; dall'altro la ineliminabile incertezza connessa al carattere qualitativo delle definizioni non può essere ignorata.

Delle distribuzioni di probabilità di danno è stata qui proposta una rappresentazione parametrica ottenuta tramite la discretizzazione di distribuzioni beta tarate rispetto alle DPMs ottenute dalla EMS-98, parametrizzate introducendo un unico parametro V indipendente dall'intensità macrosismica, che assume un significato analogo a quello dell'indice di vulnerabilità correntemente utilizzato in molte metodologie italiane. Tale rappresentazione approssima in modo del tutto soddisfacente le Matrici di probabilità di danno direttamente dedotte dalle definizioni, salvo inessenziali scostamenti alle intensità estreme (VI e XII), ove peraltro si manifestano aspetti contraddittori della stessa scala EMS-98.

Quando localmente sia disponibile una attendibile correlazione fra intensità macrosismica EMS-98 e parametri del moto del terreno (ad esempio PGA), possono essere ricavate per le Classi di vulnerabilità

e quindi anche per tipologie costruttive ad esse correlate limiti superiori ed inferiori (nonché valori centrali) del valore atteso di probabilità di una qualsiasi funzione del danno (ad esempio curve di fragilità rispetto ad assegnati stati limite di danno).

RINGRAZIAMENTI

Questa ricerca è stata finanziata dal Progetto esecutivo 2005-2008 del Consorzio ReLUIS (in attuazione di un accordo di programma con il Dipartimento di Protezione Civile), nell'ambito della Linea di Ricerca n.10.

BIBLIOGRAFIA

- Bernardini, A., 1999. *Random and fuzzy sets in the modelling of uncertain engineering systems*, in *Whys and Hows of uncertainty modelling: Probability, Fuzziness and Anti-Optimization*, I. Elishakoff, Editor. Springer: Wien, New York.
- Bernardini, A., 2004. Classi macrosismiche di vulnerabilità degli edifici in area veneto-friulana. *Convegno ANIDIS "L'ingegneria sismica in Italia"*, Genova.
- Bernardini, A., 1995. Valutazioni di frequenze attese di eventi da misure sfuocate di vulnerabilità sismica. *7° Convegno ANIDIS "L'ingegneria sismica in Italia"*. Siena: Collegio degli Ingegneri della Toscana.
- Bernardini, A., Giovinazzi, S., Lagomarsino, S., Parodi, S., 2007. Vulnerabilità e previsione di danno a scala territoriale secondo una metodologia macrosismica coerente con la scala EMS98. *XII Convegno ANIDIS "L'ingegneria sismica in Italia"*, Pisa.
- Braga, F., M. Dolce, and M. Liberatore, 1980. *A statistical study on damaged buildings and ensuing review of MSK-76 scale*, in *Southern Italy November 23, 1980 Earthquake*. 1982, Ed. Scientifiche Associate: Roma.
- Giovinazzi, S., Lagomarsino, S., 2001. Una metodologia per l'analisi di vulnerabilità sismica del costruito. *Atti 10° Convegno Nazionale ANIDIS: L'ingegneria Sismica in Italia*, Potenza, Italia.
- Giovinazzi, S. and Lagomarsino, S., 2004. A Macro seismic Model for the vulnerability assessment of buildings. *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada.
- Guarenti, E., Petrini, V., 1989. Il caso delle vecchie costruzioni: verso una nuova legge danni-intensità. *Proc. of 4th Italian Conference on Earthquake Engineering*, Milano, Vol. I, pp. 145-153.
- Grunthal, G., 1998. *European Macro seismic Scale 1998*. Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie, **15**: p. 1-97.
- Klir, G.J. and B. Yuan, 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic - Theory and Applications*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Klir, G.J., 2005. *Uncertainty and Information. Foundations of generalized Information Theory*, Hoboken, New Jersey: Wiley & Sons, Inc. XVIII+500.
- Lagomarsino, S. and Giovinazzi, S., 2006. *Macro seismic and Mechanical Models for the Vulnerability assessment of current buildings*. Bulletin of Earthquake Engineering, Special Issue "Risk-Ue Project", Vol. 4, Number 4, November.
- Margottini, C., Molin, D., Narcisi, B., Serva, L., 1992. Intensity versus ground motion: a new approach using Italian data. *Engineering Geology*, **33**, pp. 45-48.

- Murphy, J. R. and O' Brien, L. J., 1977. The correlation of peak round acceleration amplitude with seismic intensity and other physical parameters. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 67, pp. 877-915.
- Spence, R., 1999. *Intensity, damage and loss in earthquake*. in A. Bernardini (ed), *Seismic damage to masonry buildings*, Balkema, Rotterdam, p. 27-40.
- Zadeh, L.A., 1965. *Fuzzy sets* Information and Control, **8**: p. 338-353.